Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik

Dr. Paulwin Graewe
Dr. Jana Bielagk

STOCHASTIK (KOMBIBACHELOR) — BLATT 7 — WINTERSEMESTER 2018/19

AUFGABE 1 (3 Punkte). Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit einer Dichte f der Form

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + a, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sonst}, \end{cases}$$

und Erwartungswert $\mathbb{E}(X) = \frac{3}{5}$.

a) Bestimmen Sie a und b.

b) Berechnen Sie die Varianz von X.

AUFGABE 2 (2 Punkte). Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit Dichte f_X. Bestimmen Sie für $a > 0$ und $b \in \mathbb{R}$ die Dichte der Zufallsvariablen $Y := aX + b$.

AUFGABE 3 (6 Punkte).

a) Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit existierendem Erwartungswert und einer Dichte f, die um einen Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$ symmetrisch ist, d. h. es gilt

$$f(x_0 + x) = f(x_0 - x), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass dann $\mathbb{E}(X) = x_0$ und $\mathbb{P}(X \geq x_0) = \mathbb{P}(X \leq x_0) = \frac{1}{2}$ gilt.

b) Es sei X eine absolutstetige Zufallsvariable mit einer Dichte f der Form

$$f(x) = c \cdot e^{-\frac{|x-\mu|}{b}}$$

mit $\mu, b, c \in \mathbb{R}$, $b > 0$, $c > 0$.

i.) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

ii.) Wie ist der Parameter c bei gegebenen b und μ zu wählen?

iii.) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X.
Hinweis: Unterscheiden Sie die Fälle $x < \mu$ und $x \geq \mu$.

AUFGABE 4 (5 Punkte).

a) Ein Stab der Länge L wird rein zufällig in zwei Teile zersägt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Längenverhältnis des kürzeren Abschnitts zum längeren Abschnitt kleiner als $\frac{1}{4}$ ist.

b) An einer Straße der Länge K soll eine Feuerwehrwache gebaut werden. Angenommen der Ort, an dem ein Feuer ausbricht, sei absolutstetig verteilt mit Dichte $f(x) = Ce^{-x}\mathbb{1}_{[0,K]}(x)$. Wo entlang der Straße muss man die Feuerwehrwache bauen, wenn man den erwarteten Fahrweg zum Ausbruchsort des Feuers minimieren will?

Abgabe: Montag, den 10.12.2018, zu Beginn der Vorlesung.
Bitte geben Sie Ihren Namen und den Wochentag Ihrer Übungsgruppe an.